

# Tentamen i Matematisk fysik FTF131

Måndagen den 17 december 2012

Examinator: Henrik Johannesson, tel. 0768-237042.

Inga hjälpmedel är tillåtna på denna tentamen.

Tentamen består av fem uppgifter där varje uppgift ger maximalt 5 poäng. Uppgifterna är inte avsiktligt ordnade efter svårighetsgrad.

Strukturera Dina lösningar noggrant. **Uppställda samband skall motiveras**, gärna med en översiktlig skiss av tankegång och bärande element! Alla väsentliga steg i analys och beräkningar skall redovisas.

---

1. Beräkna Cauchys principalvärde av integralen

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} dx.$$

2. Lös integralekvationen

$$\varphi(x) = x + \frac{1}{2} \int_{-1}^1 (x+t)\varphi(t) dt.$$

3. Diracs delta funktion  $\delta(x)$  är ett exempel på en *generaliserad funktion* på rummet  $\mathcal{L}^2$ .

a) Vad är en "generaliserad funktion"? Vad är  $\mathcal{L}^2$ ? Varför är  $\mathcal{L}^2$  intressant för en fysiker?

b) Visa att  $\delta(ax) = \delta(x)/|a|$  där  $a$  är en reell konstant.

c) Låt  $g(x)$  vara en reellvärd funktion med nollställen i  $x = x_1, x_2$ . Skriv  $\delta(g(x))$  i termer av  $\delta(x - x_1)$  och  $\delta(x - x_2)$ .

4. a) Vad är en *Green's funktion*? Varför är Green's funktioner viktiga i fysiken?

b) Bestäm den *retarderade* respektive den *avancerade* Green's funktionen till en driven harmonisk oscillator i en dimension. Diskutera Ditt resultat!

5. Låt  $G$  vara en grupp av ordning 5. Visa att  $G$  är abelsk.